Université de Bourgogne
U.F.R. Sciences et Techniques
L1-Math 2B

Année 2017-2018
6 mars 2018

Partiel

Durée 2 heures (documents et calculatrices non autorisés)

(1) Soit P_1 le plan de $\mathbb{R}^3$ qui contient les 3 points, $A = (0, 1, 1)$, $B = (1, -1, 0)$ et $C = (0, 0, 2)$, et soit P_2 le plan contenant $A = (0, 1, 1)$, $B' = (1, 1, 0)$, $C' = (1, 0, 0)$.

(a) Donner une équation paramétrique qui détermine P_1. Donner une équation paramétrique qui détermine P_2.

(b) Donner une équation cartesienne qui determinent P_1 et une équation cartesienne qui détermine P_2.

(c) Soit $D = P_1 \cap P_2$. Donner une équation paramétrique qui détermine D.

(2) Calculer les déterminants suivants.

$$a = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} \quad b = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 0 \end{vmatrix} \quad c = \begin{vmatrix} \mu & 1 & 2 \\ 1 & \mu & -1 \\ 1 & 1 & \mu+1 \end{vmatrix}.$$

Pour (c), déterminer pour quelles valeurs de $\mu \in \mathbb{R}$ le déterminant est égal à 0.

(3) Parmi les ensembles suivants, déterminer lesquels sont des sous-espaces vectoriels. Justifier vos réponses.

(a) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x + y - 3z = 0\}$;

(b) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x + y - 3z = 1\}$;

(c) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | x^2 + y = 0\}$;

(d) $\{P \in \mathbb{R}[X] | \deg(P) \leq 2\}$;

(e) $\{P \in \mathbb{R}[X] | \deg(P) = 2\}$.

(4) Soient $u_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, $u_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $u_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ trois vecteurs de $\mathbb{R}^3$. Est-ce que le système (u_1, u_2, u_3) est linéairement indépendant ? Est-ce que le système forme une base de $\mathbb{R}^3$? Justifier vos réponses.

(5) Soient F, G les sous-espaces vectoriels de $\mathbb{R}^4$ donnés par $F = Vect(u_1, u_2, u_3)$ et $G = Vect(v_1, v_2, v_3)$, où

$$u_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \quad u_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad u_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

et

$$v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad v_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad v_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

.

(a) Trouver une base de F et une base de G.

(b) Trouver une base de $F + G$ et une base de $F \cap G$.